

פיזיקה 1 מכניתה מורחב

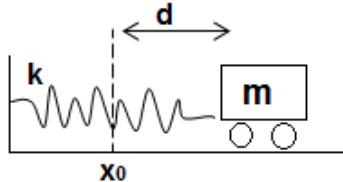
פרק 19 - תנועה הרמוניית -

תוכן העניינים

1	. תנועה הרמוניית פשוטה
4	. תנועה הרמוניית מרוסנת
6	. תנועה הרמוניית מאולצת.
8	. תרגילים מסכמים
11	. תרגילים מסכמים (מטוטלות שונות)
14	. תרגילים למתקדמים
16	. תרגילים לבקשת סטודנטים

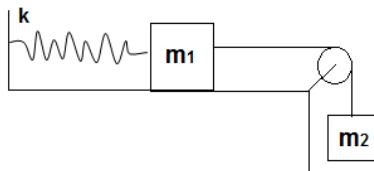
תנועה הרמוניית פשוטה:

שאלות:



1) מסה מתנוגשת במסה

מסה m מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ המחברת לקיר בעל קבוע קפיץ k . מונחים את המסה מרחק d מהמקום בו הקפוץ רופיע ומשחררים ממנוחה. מצא את (t) של המסה.



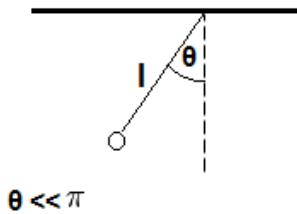
2) מסה על שולחן מחוברת למסה תלולה

מסה m מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפוץ בעל קבוע k . ממסה יוצאה חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית וקשרו למסה נוספת התלויה באוויר M .

א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת (קבע את הראשתית בנקודת שבה הקפוץ רפני).

ב. מצא את תדיירות התנועה של המערכת.

ג. מהי האמפליטודה המקסימלית האפשרית לתנועה כך שהמתיחות בחוט לא תתאפס במהלך התנועה?

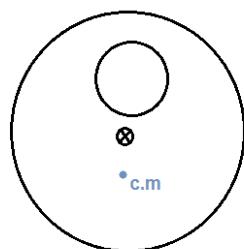


3) דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם מומנטים)

נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקarra. אורך החוט של המטוטלת הוא l .

מצא את תדיירות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן.

הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה θ (דרך מומנטים).



4) דוגמה - דיסקה עם חור

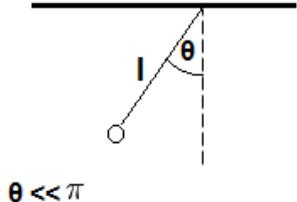
מצא את תדיירות התנודות הקטנות של דיסקה בעלת מסה M ורדיוס R אם ידוע כי במרחק $R/2$ ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס $R/4$ (הדיסקה מחוברת במסמר במרכז אל הקיר).

5) דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם אנרגיה)

נתונה מטוטלת (מתמטית) תלוייה מהתקשה.

אורך החוט של המטוטלת הוא l .

מצא את תדריות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן.

הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה θ (דרך אנרגיה).

$$\theta \ll \pi$$

6) גליל מחובר לקפיץ מתגלגל ללא חילקהגליל בעל מסה m ורדיוס R נמצא על משטח אופקי

לא חלק ומוחבר באמצעות קפיצים אל הקיר.

קבוע הקפיצים הוא k והוא מחובר למרכו של הגליל.

הנח שתנועת הגליל אופקית בלבד והוא מתגלגל ללא חילקה על המשטח.

מצא את תדריות התנודות הקטנות.

פתרונות פעם אחד באמצעות אנרגיה ופעם נוספת באמצעות כוחות ומומנטים.

**7) גלגלת מסה וקפיץ**במערכת הבאה, המסה m_1 קשורה בחוט דרך גלגלת אל קפיצים המוחבר לקרקע. הגלגלת אינה איזידלית.נתון: R רדיוס הגלגלת, m_2 מסת הגלגלת, k קבוע הקפיצים.

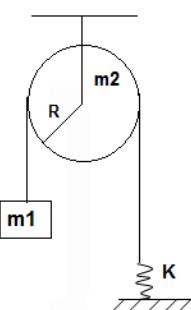
הנח כי החוט לא מחליק על הגלגלת.

א. מצא את נקודת שיווי המשקל.

ב. מצא את תדריות התנודה.

ג. מושכים את המסה אורך d מנקודת שיווי המשקל.מהו d_{\max} המרחק המקסימלי שנייתן לשוזך את המסנה

מבלית שהמתיחות בחוט תתאפס במהלך התנועה?

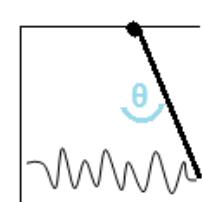
**8) מוט תלוי מחובר עם קפיצים לקרקע**מוט בעל אורך L ומסה M (התפלגות אחידה)

תלויה מהתקשה וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה.

קצתו השני של המוט מחובר בקפיצים, בעל קבוע k לקרקע.

הקפיצים רפוויים כאשר המוט נמצא מאונך לתקררה.

א. הראה כי תנועת המוט בזווית קטנות היא תנועה הרמוניית ומצא את תדריות התנועה.

ב. מצא את הזווית של המוט כפונקציה של הזמן אם המוט משוחרר ממנוחה בזווית נתונה θ_0 .

תשובות סופיות:

$$x(t) = -\frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}t + \frac{\pi}{2}\right) + x_0 \quad (1)$$

$$A_{\max} = \frac{g}{\omega^2} \quad . \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \quad . \quad x = \frac{m_2 g}{k} \quad . \quad (2)$$

$$\theta(t=0) = -\omega A \sin \varphi \quad (3)$$

$$-\left(\frac{16}{247} \frac{g}{R}\right)(\theta - 0) = \ddot{\theta} \quad (4)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \theta(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

$$E = \frac{3}{4} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3m}} \quad . \quad (6) \quad \text{באמצעות אנרגיה:}$$

$$\sum F_x = -k(x - x_3) = m \ddot{x} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3m}} \quad . \quad \text{באמצעות כוחות ומומנטים:}$$

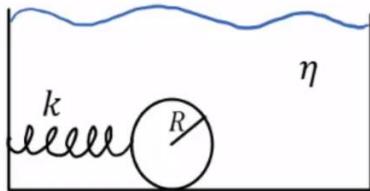
$$d_{\max} = \frac{m_1 g}{k} \quad . \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + \frac{1}{2} m_2}} \quad . \quad x_0 = \frac{m_1 g}{k} \quad . \quad (7)$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k^+}{m^+}} t\right) \quad . \quad \omega = \sqrt{\frac{k^+}{m^+}} \quad . \quad (8)$$

תנועה הרמוניית מרוסנת:

שאלות:

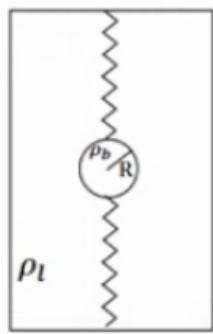
1) כדור במיכל מים



כדור בעל מסה m ורדיויס R נמצא בתחום מיכל מים ומחובר באמצעות קפיץ אופקי לדופן המיכל. קבוע הקפיץ הוא k . בתנועת הגוף במים, מפעלים המים על הכדור כוח התנגדות המתכוונתי וההפוך למחרותו. כוח זה נקרא כוח סטוקס וגודלו הוא: $-6\pi R^2 \eta \dot{x}$. כאשר \dot{x} היא צמיגות המים ו- R הוא רדיוס הכדור.

התיחס ל- m , k , η , R נתונים ומצא את תדריות התנודות של הכדור בהנחה ש- $R < \frac{\sqrt{mk}}{3\pi\eta}$.

2) שני קפיצים בנוזל



כדור נמצא בתחום תיבת מלאה במים ומחובר עם קפוץ אידיאלי לקצה העליון של התיבה ועם קפוץ אידיאלי נוסף זהה לקצה התיכון של התיבה.

נתון: R - רדיוס הכדור, ρ_b - צפיפות המסה של הכדור, ρ_l - צפיפות המסה של המים, K - קבוע שני הקפיצים ו- η - צמיגות המים.

(תזכורת: כאשר כדור מצוי בתחום נוזל פועלים עליו כוח ציפה: $F = \rho_l V g$ וכוח סטוקס: $F = 6\pi R \eta \dot{x}$).

א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת.

ב. מה התנאי יהיה תנודות הרמוניות?

מצא את התדריות בהנחה שתנודות אלו מתקינות.

ג. מצא את התנאי בו יחולר הכדור כדי מהר לנקודת שיווי המשקל.

3) איבוד אנרגיה במחזור

בתנועה הרמוניית מרוסנת קיימים ריסוון חלש כך שהאמפליטודה של התנועה יורדת ב-2.5 אחוז כל מחזור. בכמה אחוז יורדת האנרגיה בכל מחזור?

4) משקלות במיכל מים תלוייה מהתקרה

משקלות שמסתה : $M = 1\text{kg}$ נמצאת במיכל מים ומחוברת לתקרה באמצעות

$$\text{קפי} \ddot{\text{ג}} \text{ בועל קבוע : } 20 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k.$$

$$\text{כוח ההתנגדות שפעילים המים הוא מהצורה של : } \ddot{\text{ג}} - \ddot{\text{ג}} = \vec{F} \text{ כאשר : } 4 \frac{\text{kg}}{\text{sec}} = \ddot{\text{g}}$$

הניחו שהמשקלות אינה יוצאת מהמים ואין פוגעת ברכפה.

א. תוק כמה זמן תרד האמפליטודה לחמישית מגודלה ההתחלתית?

(הניחו שהפaza היא אפס)

ב. לאחר כמה מחזוריים זה יקרה?

5) מסה באمبט מים וدبש

מסה : $m = 2\text{kg}$ נמצאת באمبט מלא מים, המסה מחוברת באמצעות שני

$$\text{קפי} \ddot{\text{ג}} \text{ים והם בועל קבוע : } 25 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k \text{ לשתי דפנות האمبט ונעה ללא חיכוך עם}$$

ריצפת האمبט. מזיזים את המסה 0.5m מנקודת שיווי המשקל ומשחררים

$$\text{מנוחה. התנגדות המים מפעילה כוח גראד : } \ddot{\text{g}} - \ddot{\text{g}} = \vec{F} \text{ כאשר : } 10 \frac{\text{kg}}{\text{sec}} = \ddot{\text{g}}$$

א. מהו העתק המסה כתלות בזמן?

ב. מחליפים את המים בدبש מה שגדיל את $\ddot{\text{g}}$ פי $\sqrt{2}$. מזיזים שוב את

המסה 0.5m ומשחררים, מהו העתק המסה כתלות בזמן?

תשובות סופיות:

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{3\pi R \eta}{m} \right)^2} \quad (1)$$

$$\frac{2K}{m} = \frac{6\pi\eta R^2}{2m} \quad \text{ג.} \quad \omega^* = \sqrt{\frac{2K}{m} - \left(\frac{6\pi\eta R}{2m} \right)^2} \quad \text{ב.} \quad y_{eq} = \frac{F_b}{2K} \quad \text{א.} \quad (2)$$

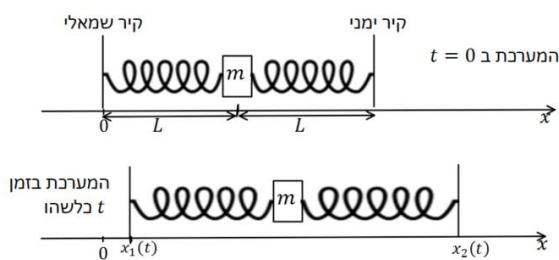
5% (3)

ב. בערך מחזור אחד. 1.6 sec (4)

$$x(t) = \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} t \right) e^{-5\sqrt{2}t} \quad \text{ב.} \quad x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-5t} \cos\left(5t + \frac{\pi}{4}\right) \quad \text{א.} \quad (5)$$

תנועה הרמוניית מאולצת:

שאלות:



על המסה פועל כוח גרא: $-F = -bv$. ב- $t=0$ הקירות מתחילה לוזו. ראשית הזרמים ממוקמת במרכז התנועה של הקיר השמאלי והכוון החיווי ימינה. מיקום הקירות כתלות בזמן הוא: $x_1(t) = d \sin(\omega t)$, $x_2(t) = 2L + 2d \sin(\omega t)$.

נתונים: m , d , L , ω , b , k .

- מהי תדירות התנועה ומהי האמפליטודה?
- מה התנאי לתהודה בהנחה כי הריסון חלש מאוד?

2) מציאת תדרות רביע אמפליטודה

מסה m מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע k , המסה נעה על מישור חלק ללא חיכוך.

על המסה פועל כוח גרא: $-F = -f = -b \cdot v$ וכוח מאלי: $F(t) = f \cdot \cos(\omega t)$.

מצוא את תדרות הכוח בה אמפליטודת התנועה במצב העמיד תהיה רביע מהאמפליטודה המקסימלית.

הנה כי: $d = \sqrt{mk}$ נתונים וכי: $b << d$.

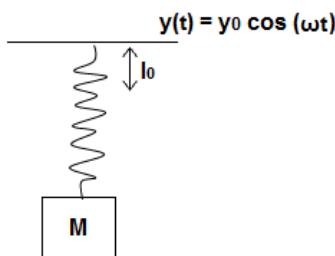
3) מסה תלולה על קרש נע

מסה M מחוברת באמצעות קפיץ אנכי לקרש אופקי הנע בציר ה- y

לפי: $y(t) = y_0 \cos(\omega t)$.

קבוע הקפיץ k ואורכו הרפו l_0 נתוניים.

מצוא את מיקום המסה כפונקציה של הזמן.



תשובות סופיות:

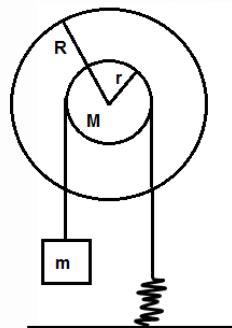
$$\omega \sim \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{ב.} \quad A(\omega) = \frac{\frac{3kd}{m}}{\sqrt{\left(\frac{2k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2 \omega^2}} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2}} \quad (2)$$

$$y(t) = \frac{\frac{F_0}{m} \cos \omega t + y'_0}{\frac{k}{m} - \omega^2} \quad (3)$$

תרגילים מסכימים:

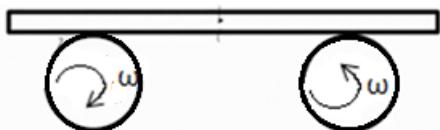
שאלות:



1) דיסקה כפולה מסה וקפיץ

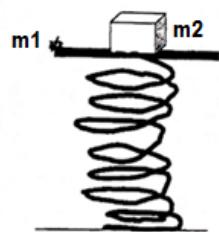
נתונה דיסקה ממושברת במרכזיה לקיר (כלומר הדיסקה יכולה להסתובב אך לא לנוע מעלה ומטה). הדיסקה בנוי משתי דיסקות מודבקות בעלות רדיוס r לדיסקה הקטנה ו- R לדיסקה הגדולה. סיבוב הדיסקות מלווה בחרוטים חמוטאים כמתואר בשרטוט. עוד נתון כי אין חalkה לחוטים.

- מצאו את תדריות התנודות.
- מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?



2) מוט על שני גלגלים

מוט בעל מסה M מונח על שני גלגלים קבועים במרכזם. הגלגלים מסתובבים במהירות זוויתית ω כך שהגלגל הימני מסתובב נגד כיוון השעון והשמאלי עמו כיוון השעון. בין המוט והגלגלים קיימים חיכוך ומקדם החיכוך הקינטי נתון. מניחים את המוט כך שמרכזו נמצא במרחק A מהמרכז בין הגלגלים. מצא את תדריות התנודה של המוט.



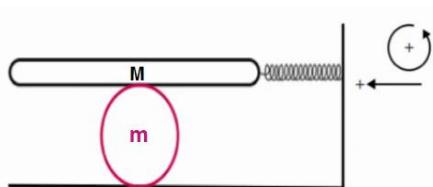
3) מסה על משטח על קפיץ אנכי

על קפיץ שקבועו א' מונח משטח שמסתו m_1 , המשטח צמוד לקצתו של הקפיץ. על המשטח מונח גוף שמסתו m_2 . מכוחים את הקפיץ בשיעור Δy ומשחררים.

א. מה צריך להיות Δy_{\min} כדי שהגוף יתנתק מן המשטח באיזה שהוא שלב?

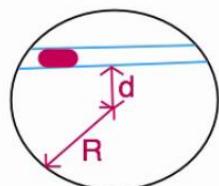
ב. הניחו: $m_2 = 0.06\text{kg}$, $m_1 = 0.04\text{kg}$, $k = 10 \frac{\text{Nr}}{\text{m}}$, $\Delta y = 2\Delta y_{\min}$ ומצאו את רגע הניתוק.

ג. באמצעות הנתונים המופיעים מסעיף ב', מהו מקומו ומהירותו של המשטח ברגע שהגוף ניתק מן המשטח?



4) משטח על דיסקה מחובר לקפיץ

נתונה מערכת כבשותות (אין החלקה במערכת).
מהי תדירות?



5) תנודה בתעלת כדורי

בתוך כדור הארץ נחפרה תעלה כבשותות.

מסת כדור הארץ M .

מהי תדירות התנודות הקטנות של מסה החופשית לנوع בתעלת?

6) שתי מסות מחוברות בקפיץ**

שתי מסות m_1 ו- m_2 מחוברות בקפיץ בעל קבוע k ואורך רפי l .
הmassות נמצאות במנוחה על מישור אופקי חלק.

נתנים דחיפה ימינה למסה m_1 המKENה לה מהירות ההתחלתית v_0 .

א. מהי תדירות התנודות של התנועה (כתלות בנתוני הפעיה)?

רמז : על מנת לפתור את המשוואות יש להחליף משתנים
-ל-

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}; x_{rel} = x_1 - x_2$$

ב. מצאו את מיקום המסה m_2 כתלות בזמן.

תשובות סופיות:

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{2}Kx^2 - mgx + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad \text{ב.ג.} \quad \sqrt{\frac{2kR}{\frac{1}{2}MR + \frac{r^2}{R}}} \cdot \omega \quad \text{(1)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu_k g}{d}} \quad \text{(2)}$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \text{ב.ג.} \quad \Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \cdot \omega \quad \text{(3)}$$

$$v(t) = \dot{y}(t) = -2\Delta y_{\min} \omega \sin(\omega t), \Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \cdot \omega \quad \text{(3)}$$

$$\ddot{x} = -\left(\frac{K}{m+2M} \right) x \quad \text{(4)}$$

$$\ddot{x} = -\left(\frac{M}{R^3} \right) (x - 0) \quad \text{(5)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \omega \quad \text{(6)}$$

$$, \quad A = \frac{\sqrt{v_0^2 + l^2 \omega^2}}{\omega}, \quad x_2(t) = \frac{m_1}{m_1 + m} (l + v_0 t) - \frac{m_1}{m_1 + m_2} A \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{ב.ג.}$$

$$\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega l}$$

תרגילים מסכימים (מטוטלות שונות):

שאלות:

1) שני חצאי דיסקה



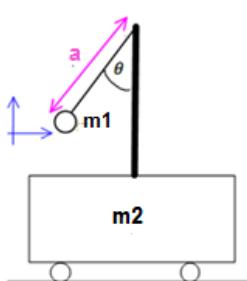
נתונים שני חצאי דיסקה תלויים על מסמר כמתואר בشرطוט. מסת הדיסקה ורדיוסה נתונים. מצא את התדריות של כל אחד מחצאי הדיסקה.

2) חצי חישוק ושתי מסות



מצא את תדריות חצי החישוק שבתמונה. רדיוס R ומסתו M , בקצבותיו חוברו שתי מסות m . החישוק תלוי ממסמר בקודקודה.

3) מטוטלת על עגלה נעה



עגלה בעלת מסה m_2 חופשיה לנוע על משטח אופקי ללא חיכוך. אל העגלה מחובר מוט אנכי עליו תלוי מטוטלת מתמטית עם מסה m_1 ואורך חוט a . משחררים את המסה (של המטוטלת) בזווית נתונה כאשר כל המערכת נמצא במנוחה. א. רשמו את מהירות המטוטלת במערכת העגלה כפונקציה של θ ו- $\dot{\theta}$.

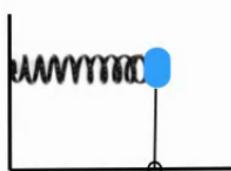
ב. רשמו את מהירות העגלה והמטוטלת כפונקציה של θ ו- $\dot{\theta}$.

ג. רשמו את משוואת שימור האנרגיה המכנית של המערכת.

ד. רשמו את משוואת שימור האנרגיה בתנודות קטנות.

ה. מצאו את תדריות התנודה של המסה M .

4) קפיז מוט ומסה



נתונה מסה m המחברת לקפיז בעל קבוע k .

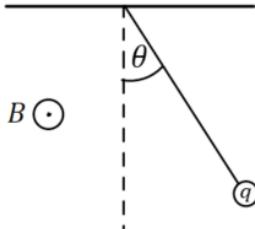
המסה גם מחוברת למוט חסר מסה בעל אורך l .

המוט מחובר לרצפה בציר המאפשר לו להסתובב.

המערכת בשרטוט נמצא במצב שיווי משקל.

א. מהי תנודות הקטנות של המערכת?

ב. מהי המסה המקסימלית שתאפשר תנודות זו?

5) מטוטלת בשדה מגנטי

מטוטלת מתמיטית שאורכה L , מסתה m ומטענה q נתונה בשדה מגנטי אופקי B היוצא מהדף. השדה המגנטי יוצר כוח מגנטי על המטוטלת כאשר היא בתנועה לפי הנוסחה: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$.

- מצא את הכוחות הפועלים על המטוטלת במהלך התנועה כתלות בזווית θ ובמהירות v .
- מסיטים את המטוטלת זווית קטנה θ_0 ומשחררים במנוחה. מצא את משוואת התנועה של המטוטלת ומשם את מיקום המטוטלת כתלות בזמן עברו זווית קטנות.
- מהי הਮתייחות בחוט כתלות בזמן.
- מהי הਮתייחות המקסימלית בחוט ובאיזה זווית ומהירות מצב זה מתרחש?

תשובות סופיות:

$$\text{דיסקה 2 : ראה סרטוון.} \quad \ddot{\theta} = -\left(\frac{A}{B}\right) \cdot (\theta - (0)) \quad \text{(1)}$$

$$-\frac{(2m+M) \cdot gb}{I} \theta = \ddot{\theta} \quad \text{(2)}$$

$$v_x = \dot{\theta}a \cos \theta, v_y = \dot{\theta}a \sin \theta \quad \text{א. (3)}$$

$$v_{I_x} = \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a \dot{\theta} \cos \theta, v_{I_y} = \dot{\theta} a \sin \theta \quad \text{ב.}$$

$$E = \frac{1}{2} m_1 \left(\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \right)^{-2} a^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + \dot{\theta}^2 a^2 \sin^2 \theta - m_1 g a \cos \theta \quad \text{ג.}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\frac{ga^2}{2}}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2}} \quad \text{ה.} \quad E = \frac{1}{2} m_1 \left(\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2 \dot{\theta}^2 + \frac{ga}{2} \theta^2 \right) - m_1 g a \frac{1}{2} \quad \text{ט}$$

$$m < \frac{lk}{gv} \quad \text{ב.} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{g}{l}} > 0 \quad \text{א. (4)}$$

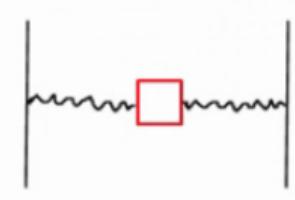
$$\theta(t) = \theta_0 \cos \left(\sqrt{\frac{g}{L}} t \right) \quad \text{ב.} \quad \text{כיוון החוצה מהמעגל.} \quad \vec{F} = qvB \quad \text{א. (5)}$$

$$\theta_0 \ll \frac{2qB}{m} \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{עבור} \quad T(t) = -qB \sqrt{gL} \theta_0 \sin \left(\sqrt{\frac{g}{L}} t \right) + mg \quad \text{ג.}$$

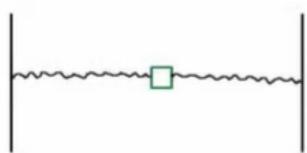
$$T_{\max} = mg + qB \sqrt{gL} \theta_0 \quad \text{ט}$$

תרגילים מתקדמים:

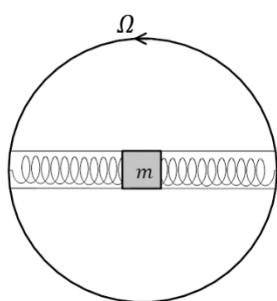
שאלות:



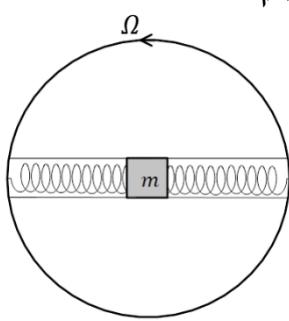
- 1) **מסה בין שני קפיצים עם אורך זניח**
 בין שני קירות במרחק L נמצאת מסה m המחברת לקפיצים בעלי מקדם k ואורך רפי זניח.
 א. מצא את תדריות התנודות הקטנות בציר ה- x .
 ב. מצא את תדריות התנודות הקטנות בציר ה- y .



- 2) **מסה בין שני קפיצים** (אורך רפי לא זניח)**
 בין שני קירות במרחק L נמצאת מסה m המחברת לקפיצים בעלי מקדם k ואורך רפי l_0 .
 מצא את תדריות התנודות הקטנות בציר ה- y .



- 3) **מסה בתוך חישוק מסתובב (כולל קוריוליס וקוואדרינטוט פולריות)**
 גוף שמסתו m נמצא במרכזו של השולחן כך שהוא נמצא לאורך קו טרו של חישוק. המערכת מונחת על השולחן כך שהיא נמצאת בנקודת המרכז. הגוף מוחבר לשני קפיצים זהים אחד מכל צד המצויים במצב הרפיי כאשר הגוף במרכזו החישוק. קבוע הקפיצים הוא k . מסובבים את החישוק במהירות זוויתית Ω ומרחיקים את המסעה מעט מהמרכז. רשום משווה כוחות על הגוף במהלך החישוק, מה התנאי לתנועה הרמוניית ומה תדריות התנועה אם התנאי מתקיים? (מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריות).



- 4) **מסה בתוך חישוק מסתובב עם חיכוך (כולל קוואדרינטוטות פולריות, קוריוליס, ותנועה מרוסנת)**
 גוף שמסתו m נמצא במרכזו של השולחן כך שהוא נמצא לאורך קו טרו של חישוק. המערכת מונחת על השולחן כך שהיא נמצאת בנקודת המרכז. הגוף מוחבר לשני קפיצים זהים אחד מכל צד המצויים במצב הרפיי כאשר הגוף במרכזו החישוק. קבוע הקפיצים הוא k . מסובבים את החישוק במהירות זוויתית Ω ומשחררים את המסעה ממנוחה במרחק d מהמרכז. בין המסעה והדוFn של התעללה קיים חיכוך (אין חיכוך עם הבסיס). מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: μ_k , μ_s .

- א. רשום משווהות כוחות במערכת החישוק, מהם התנאים לתנועה הרמוניית?
האם צריך את מקדם החיכוך הסטטי?
- ב. מצא את המיקום כתלות בזמן בהנחת התנאים של סעיף א',
מהו מקדם האיכות של המערכת?
(מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריזות).

תשובות סופיות:

$$\omega_y = \sqrt{\frac{2k}{m}} . \quad \text{ב} \quad \omega_x = \sqrt{\frac{2k}{m}} . \quad \text{א} \quad (1)$$

$$- \left(2k \frac{L \cdot l_0}{L} \right) y = \ddot{y} \quad (2)$$

$$(-2k - \Omega^2 m)x = m\ddot{x}, \quad 2k - \Omega^2 m > 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{2k - m\Omega^2}{m}} \quad (3)$$

$$-2kx + m\Omega^2 x - 2\mu_k m\Omega \dot{x} = m\ddot{x}, \quad \Omega^2 \left(1 + \mu_k^2 \right) < \frac{2k}{m} . \quad \text{א} \quad (4)$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Gamma} = \frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}}{2\mu_k \Omega}, \quad x(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(d \cos(\tilde{\omega}t) - \frac{d\sqrt{1-\omega_0^2}}{\tilde{\omega}} \sin(\tilde{\omega}t) \right) . \quad \text{ב}$$

תרגילים לבקשת סטודנטים:

שאלות:

1) קפיץ נמתח להतארכות מקסימלית

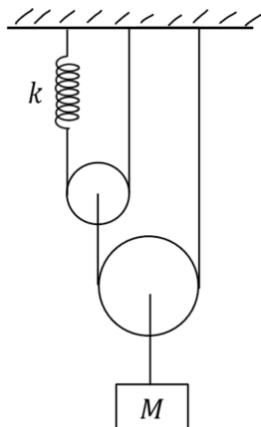


קליע בעל מסה זניחה נע במהירות לא ידועה
לעבר מסה m_2 שמחוברת למסה m_1 דרך קפוץ
בעל מקדם אלסטי k .



- המסה m_1 ניצבת בצדוד לקיר כמתואר בשרטוט.
א. לאחר פגיעה הקליין הקפוץ מתכווץ במצב
המקסימלי ומאבז d מאורכו.
מהו מהירות מרכזו המסה מיד לאחר שהמערכת מתנתקטה מהקיר?
ב. על מערכת בעלת נתוני זהים ואורך קפוץ רפווי l מופעל כוח קבוע
ואופקי F לכיוון המסמן בציור.
מה ההתארכות המקסימלית של הקפוץ?

2) הרמוניית עם גזירה של חוט ערך למי שמכיר את הנושא של תאוות לא שווות
במערכת הבאה הגלגולות והקפוץ אידיאלים.



- קבוע הקפוץ הוא: $k = \frac{N}{m} = 50$ והמסה: $M = 4\text{kg}$.
א. מצאו את התארוכות הקפוץ במצב שיווי המשקל.
ב. מה העתק של המשקולת במצב שיווי המשקל
(ביחס למצבה כשהקפוץ רפווי).
ג. מהי תדרות התנוודות של המערכת?
ד. מותחים את המשקולת מטה 20cm מנקודת שיווי
המשקל ומשחררים ממנוחה.
רשמו ביטוי למקומות של המשקולת כתלות בזמן.

תשובות סופיות:

$$\Delta = \frac{F}{2k + k \frac{m_2 - m_1}{m_1}} \quad \text{ב.} \quad v_{c.m.} = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} d \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$3.54 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad 0.05 \text{m} \quad \text{ב.} \quad 0.2 \text{m} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$x(t) = 0.2 \cos(3.54t) \quad \text{ד. מישויי משקל.}$$